ГУАП

КАФЕДРА №3

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

доц. канд. физ-мат. наук		И.П. Кректунова
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

22.11.17

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3.

МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА.

ПО КУРСУ: ОБЩАЯ ФИЗИКА.

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛА

СТУДЕНТКА ГР. 1732	22.11.17	П.Ю. Яременко
	подпись, дата	инициалы, фамилия

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ 2017.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3.

МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА.

ПРОТОКОЛ ИЗМЕРЕНИЙ.

08.11.17

Студентка группы №1732 — Ярошенко. П.Ю.

Преподаватель — Кректунова. И.П.

ПАРАМЕТРЫ ПРИБОРОВ.

Таблица 1.

Прибор	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Систематич. Погрешность
Секундомер, с	99,999	0,001	—	0,001
Линейка, см	44	0,1	—	0,2

Параметры установки: радиус оси $r = 5$ мм.
радиус нити $r_н = 0,6$ мм
радиус диска $R_1 = 42,5$ мм
внешний радиус кольца $R_2 = 52,5$ мм.
масса диска $m_D = 132$ г.
масса первого кольца $m_1 = 254$ г
масса второго кольца $m_2 = 396$ г.

РЕЗУЛЬТАТ ИЗМЕРЕНИЙ.

Таблица 2.

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	высота h
t, c	1,688	1,706	1,711	1,677	1,709	1,712	1,712	1,706	1,705	1,702	$h_1 = 29$ см.
t, c	1,595	1,596	1,595	1,602	1,597	1,599	1,601	1,571	1,576	1,569	$h_2 = 26$ см
t, c	1,351	1,355	1,470	1,349	1,358	1,358	1,355	1,362	1,347	1,357	$h_3 = 20$ см

$m_1 = 254$ г; $m = m_D + m_1$
$m = 386$ г.

Таблица 3.

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t, c	1,428	1,436	1,400	1,445	1,399	1,441	1,432	1,403	1,441	1,439

h = 20 см

$m_2 = 396$ г; $m = m_D + m_2$
$m = 528$ г

Дата 08.11.17

Подпись студентки ______

Подпись преподавателя ______

1. Цель работы:
- определение момента инерции маятника Максвелла.

2. Описание лабораторной установки.

На вертикальной стойке крепятся два кронштейна:
1 - верхний неподвижный с воротком (1) для крепления и регулировки бифилярного подвеса; электромагнитом (2) для фиксирования маятника в верхнем положении и фотодатчиком (3), включающим секундомер.
2 - подвижный кронштейн с фотодатчиком (4), выключающим секундомер. Шкала секундомера (5) вынесена на лицевую панель прибора.

Параметры установки

Прибор	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Систематич. погрешность
Секундомер, с	99,999	0,001	—	0,001
Линейка, см	44	0,1	—	0,2

Параметры установки: радиус оси $r = 5$ мм
радиус нити $r_н = 0,6$ мм
радиус диска $R_1 = 41,5$ мм
внешний радиус кольца $R_2 = 52,5$ мм

масса диска $m_D = 132$ г; масса первого кольца $m_1 = 245$ г;
масса второго кольца $= 396$ г.

3. Рабочие формулы.

(1) $t_{ср} = \frac{(t_1 + t_2 + ... + t_N)}{N}$, где $t_{ср}$ - среднее значение времени падения; t_1 - время падения при первом измерении; t_N - время падение при последнем измерения; N - количество измерений

(2) $I = m(r + r_н)^2 \left(\frac{gt^2}{2h_0} - 1\right)$, где I - момент инерции маятника Максвелла; m - масса маятника; r - радиус оси маятника; $r_н$ - радиус нити; g - ускорение свободного падания; t - время падения маятника; h_0 - высота падения маятника.

(3) $I_D = \frac{m_D R_D^2}{2}$, где I_D - момент инерции диска; m_D - масса диска; R_D - радиус диска.

(4) $I_K = \frac{m_K}{2}\left(R_{K1}^2 + R_{K2}^2\right)$, где I_K - момент инерции кольца; m_K - масса кольца; R_{K1} - внутренний радиус кольца; R_{K2} - внешний радиус кольца.

Т.к $R_{K1} = R_D = R_1$ и $R_{K2} = R_2$, то:

(5) $I_{теор} = \frac{(m_D R_1^2 + m_K(R_1^2 + R_2^2))}{2}$, где $I_{теор}$ - теоретическое значение для маятника Максвелла; R_1 - радиус диска; R_2 - внешний радиус кольца.

4. Результаты измерений и вычислений:

Таблица 1. $m = m_0 + m_1 = 386$ г.

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	высота, см
t, с	1,688	1,706	1,711	1,677	1,709	1,712	1,712	1,706	1,705	1,702	29
$t_{ср}$, с	1,702										
I, кг·м²	$58 \cdot 10^{-5}$										
S_{t_i}, с	0,011										
$S_{\bar{t}}$, с	0,003										$Q_I = 4,7 \cdot 10^{-6}$ кг·м²
Δt, с	0,001										
I_D, кг·м²	$11,9 \cdot 10^{-5}$										
$I_к$, кг·м²	$57,9 \cdot 10^{-5}$										
$I_{теор}$, кг·м²	$69,8 \cdot 10^{-5}$										
t, с	1,595	1,596	1,595	1,602	1,597	1,599	1,601	1,571	1,576	1,569	26
$t_{ср}$, с	1,590										
I, кг·м²	$56,5 \cdot 10^{-5}$										
S_{t_i}, с	0,013										$Q_I = 5,1 \cdot 10^{-6}$ кг·м²
$S_{\bar{t}_{ср}}$, с	0,004										
Δt, с	0,001										
I_D, кг·м²	$11,9 \cdot 10^{-5}$										
$I_к$, кг·м²	$57,9 \cdot 10^{-5}$										
$I_{теор}$, кг·м²	$69,8 \cdot 10^{-5}$										

Таблица 1. Продолжение.

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	высота, см
t, с	1,351	1,355	1,470	1,349	1,358	1,358	1,355	1,362	1,347	1,357	20
$t_{ср}$, с	1,366										
I, кг·м²	$54,1 \cdot 10^{-5}$										
$S_{t_{ср}}$, с	0,012										$\theta_I = 4,3 \cdot 10^{-6}$ кг·м²
$S_{\bar{t}_{ср}}$, с	0,004										
Δt, с	0,001										
I_0, кг·м²	$11,9 \cdot 10^{-5}$										
$I_к$, кг·м²	$57,9 \cdot 10^{-5}$										
$I_{теор}$, кг·м²	$69,8 \cdot 10^{-5}$										

Таблица 2. $m = m_0 + m_2 = 528$ г.

№ опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	высота, см
t, с	1,428	1,436	1,400	1,445	1,399	1,441	1,432	1,403	1,441	1,439	20
$t_{ср}$, с	1,426										
I, кг·м²	$80,8 \cdot 10^{-5}$										$\theta_I = 7,3 \cdot 10^{-6}$ кг·м²
$S_{t_{ср}}$, с	0,018										
$S_{\bar{t}_{ср}}$, с	0,006										
Δt, с	0,001										$I_0 = 11,9 \cdot 10^{-5}$ кг·м²
$I_{теор}$, кг·м²	$102,2 \cdot 10^{-5}$										$I_к = 90,6 \cdot 10^{-5}$ кг·м²

5. Примеры вычислений: $N = 10$.

По формуле (1) $t_{ср} = \frac{(1,351 + 1,355 + 1,470 + 1,349 + 1,358 + 1,358 + 1,355 + 1,362 + 1,347 + 1,357)}{10}$ с $= 1,366$ с.

По формуле (2) $I = 0,386\,кг \cdot (0,005\,м + 0,0006\,м)^2 \left(\frac{9,8 \cdot (1,366\,с)^2}{2 \cdot 0,2\,м} - 1\right) =$

$= 0,000541$ кг·м² $= 54,1 \cdot 10^{-5}$ кг·м².

По формуле (3) $I_0 = \frac{0,132\,кг \cdot (0,0425\,м)^2}{2} = 11,9 \cdot 10^{-5}$ кг·м².

По формуле (4) $I_к = \frac{0,254}{2}\left((0,0425\ м)^2 + (0,0525\ м)^2\right) = 57,9 \cdot 10^{-5}$ кг·м².

По формуле (5) $I_{теор} = I_к + I_D = \frac{m_D R_1^2 + m_к(R_1^2 + R_2^2)}{2}$

$I_{теор} = 10^{-5} \cdot (57,9 + 11,9)\ кг \cdot м^2 = 69,8\ кг \cdot м^2$.

6. Вычисление погрешностей.

6.1. Систематическая погрешность

(1) $\theta_h = 2\ мм$ – погрешность измерения высоты

(2) $\theta_t = 0,001\ с$ – погрешность измерения времени.

(3) $I = m(r + r_н)^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right)$ $\quad I = I(t; h)$.

$\theta_I = I_t' \cdot \theta_t + I_h' \cdot \theta_h \Rightarrow I_t' = m(r + r_н)^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right)_t' = m(r + r_н)^2 \frac{gt}{h}$

$I_h' = m(r + r_н)^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right)_h' = m(r + r_н)^2\left(-\frac{gt^2}{2h^2}\right)$

$\Rightarrow \theta_I = m(r + r_н)^2\left(\frac{gt}{h} \cdot \theta_t + \frac{gt^2}{2h^2} \cdot \theta_h\right)$

6.2. Случайная погрешность. $N = 10$.

(1) $S_{t_{ср}} = \sqrt{\frac{(t_1 - t_{ср})^2 + (t_2 - t_{ср})^2 + \ldots + (t_N - t_{ср})^2}{N-1}}$, где $S_{t_{ср}}$ – – среднее квадратичная погрешность времени.

(2) $S_{\bar{t}_{ср}} = \frac{S_{t_{ср}}}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{(t_1 - t_{ср})^2 + (t_2 - t_{ср})^2 + \ldots (t_N - t_{ср})^2}{N(N-1)}}$,

где $S_{\bar{t}_{ср}}$ – среднее квадратичное отклонение.

6.3. Полная погрешность.

$\Delta_t = \theta_t$, т.к момент инерции является неслучайной величиной.

Примеры вычислений:

По формуле 6.1.(3): $\Theta_I = 0{,}386\,кг\,(0{,}005\,м + 0{,}0006\,м)^2 \Big/ \frac{9{,}8 \cdot 1{,}366\,с}{0{,}2\,м} \cdot 0{,}001\,с + \frac{9{,}8 \cdot (1{,}366\,с)^2}{2 \cdot (0{,}2)^2} \cdot 0{,}002\,см \Big) = 6{,}3 \cdot 10^{-6}\,кг \cdot м^2$.

По формуле 6.2.(1): $S_{t\,ср} = \sqrt{\frac{(1{,}688 - 1{,}702)^2 + (1{,}706 - 1{,}702)^2 + \ldots + (1{,}702 - 1{,}702)^2}{9}} = 0{,}011$ с.

По формуле 6.2(2): $S_{\bar{t}\,ср} = \frac{0{,}011}{\sqrt{10}} = 0{,}003$ с.

7. Вывод: в данной лабораторной работе был проведено исследования маятника Максвелла, а именно: рассчитано среднее время падения маятника $t_{ср}$, и по нему момент инерции I; проведена обработка результатов измерений; было проведенно исследование зависимости момента инерции маятника от высоты, в ходе сего было выяснено следующее: • момент инерции не зависит от высоты падения h, т.к. чем больше h, тем больше время время падения маятника t.

• из формулы момента инерции маятника $I = m(r + r_н)^2 \left(\frac{gt^2}{2h_0} - 1\right)$ видно, что при изменении h меняется и t, но соотношение остается прежним. Из этого можно сделать вывод, что высота не влияет на момент инерции маятника Максвелла; влияет масса маятника m, радиус оси r, радиус нити $r_н$.

По данным наших измерений получилось, что $S_{t\,ср} > \Theta_t$ и $S_{\bar{t}\,ср} > \Theta_t$. Причину невыполнения условия

($S_{t_{ср}} < \Theta_t$; $S_{\bar{T}_{ср}} < \Theta_t$) вижу в некорректной работе экспериментальной установки, т.е несовершенством измерительного прибора.

Полученные значения момента инерции:

$I_1 = 5,8 \cdot 10^{-6} \pm 4,7 \cdot 10^{-6}$ кг·м²

$I_2 = 5,6 \cdot 10^{-6} \pm 5,1 \cdot 10^{-6}$ кг·м²

$I_3 = 5,4 \cdot 10^{-6} \pm 4,3 \cdot 10^{-6}$ кг·м²

$I_4 = 8,0 \cdot 10^{-6} \pm 7,3 \cdot 10^{-6}$ кг·м²

Лабораторная работа № 3

МАЯТНИК МАКСВЕЛЛА

Цель работы: определение момента инерции маятника Максвелла.

Теоретические сведения

Маятник Максвелла (рис. 3.1) представляет собой диск, жестко насаженный на стержень и подвешенный на двух параллельных нерастяжимых нитях. Намотав нити на стержень, можно сообщить маятнику потенциальную энергию относительно его нижнего положения. Если маятник отпустить из верхнего положения, то, вращаясь, он начнет падать. Учитывая, что на маятник действуют только консервативные силы (сила тяжести и сила натяжения нитей), закон сохранения его механической энергии можно записать в виде:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh = mgh_0, \qquad (3.1)$$

где h_0 – начальная высота маятника, определяющая его полную энергию; h – текущая высота; m – масса маятника; I – момент инерции маятника относительно его оси; ω – угловая скорость вращения относительно этой оси; υ – скорость центра масс; g – ускорение свободного падения. Начало отсчета поместим в нижней точке.

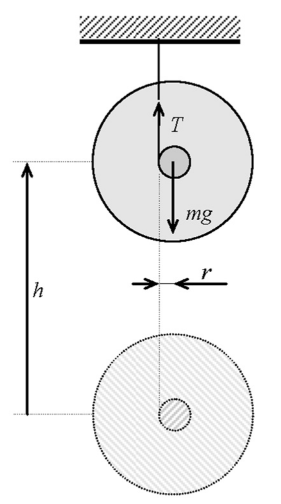


Рис. 3.1. Маятник Максвелла

Радиус-вектор $\vec{h}$, проведенный из этой точки в центр масс маятника, будет направлен вертикально вверх. Поскольку ускорение свободного падения направлено вертикально вниз, произведение скалярных величин можно заменить скалярным произведением векторов

$$mgh = -m\vec{g}\cdot\vec{h}.$$

Известно также, что $\omega^2 = (\upsilon/r)^2$, где r – радиус стержня, и что $\upsilon^2 = \vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon}$. С учетом сделанных замечаний (3.1) переписывается в виде

$$\frac{1}{2}m\vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon} + \frac{I}{2r^2}\vec{\upsilon}\cdot\vec{\upsilon} - m\vec{g}\cdot\vec{h} = m\vec{g}\cdot\vec{h}_0. \qquad (3.2)$$

Дифференцируем получившееся уравнение по времени и получаем

$$m\vec{\upsilon}\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} + \frac{I}{r^2}\vec{\upsilon}\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} - m\vec{g}\frac{d\vec{h}}{dt} = 0. \qquad (3.3)$$

Учитывая, что $\frac{d\vec{h}}{dt} = \vec{\upsilon}$, $\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{a}$, где $\vec{a}$ – ускорение центра масс, перепишем уравнение (3.3) в виде

$$mr^2\vec{\upsilon}\cdot\vec{a} + I\vec{\upsilon}\cdot\vec{a} = mr^2\vec{\upsilon}\cdot\vec{g}. \qquad (3.4)$$

Все векторы в (3.4) направлены одинаково, поэтому перейдем от скалярных произведений к произведениям длин векторов. Делим все члены уравнения на модуль скорости и получаем $mr^2a + Ia = mr^2g$, или

$$I = mr^2(g/a - 1). \qquad (3.5)$$

Поскольку величины I, m и r для маятника Максвелла постоянны, ускорение маятника будет тоже постоянным. Найти его можно, измерив время падения t с высоты h_0

$$a = \frac{2h_0}{t^2}. \qquad (3.6)$$

Подставив (3.6) в (3.5), получим выражение для вычисления момента инерции маятника Максвелла

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h_0} - 1\right). \qquad (3.7)$$

В этой формуле не учтена толщина нити, которая наматывается на ось маятника. В реальных условиях ее нужно обязательно учитывать. На рис. 3.2 показано, что сила натяжения T приложена

не краю шкива, а к середине нити. Поэтому, радиус шкива r следует заменить суммой $r + r_{н}$, где $r_{н}$ – радиус нити.

$$I = m(r + r_{Н})^2 \left(\frac{gt^2}{2h_0} - 1 \right). \qquad (3.8)$$

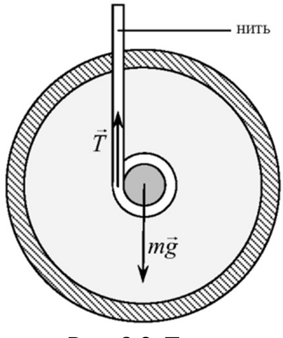


Рис. 3.2. Точки приложения сил

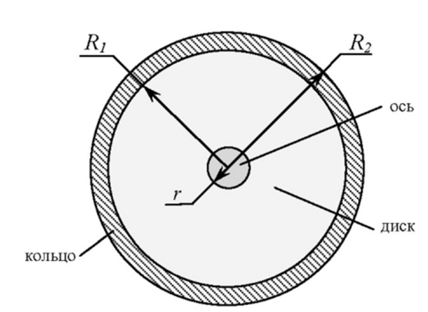


Рис. 3.3. Размеры элементов маятника

Маятник Максвелла (рис. 3.3) состоит из трех элементов: оси вращения, диска и кольца. Поэтому его момент инерции складывается из моментов инерции этих трех элементов:

$$I = I_0 + I_D + I_K. \qquad (3.9)$$

Момент инерции оси ввиду его малости учитывать не будем. Моменты инерции диска и кольца можно найти по формулам:

$$I_D = \frac{m_D R_D^2}{2}; \quad I_K = \frac{m_K}{2}\left(R_{K1}^2 + R_{K2}^2\right). \qquad (3.10)$$

Принимая во внимание, что $R_{K1} = R_D = R_1$, а $R_{K2} = R_2$, получаем теоретическое выражение для момента инерции маятника Максвелла

$$I = \frac{1}{2}\left(m_D R_1^2 + m_K \left(R_1^2 + R_2^2\right)\right). \qquad (3.11)$$

Лабораторная установка

Внешний вид лабораторной установки показан на рис. 3.4. На вертикальной стойке крепятся два кронштейна. Верхний неподвижный кронштейн снабжен воротком 1 для крепления и регулировки бифилярного подвеса, электромагнитом 2 для фиксировании маятника в верхнем положении и фотодатчиком 3, включающий секундомер. На подвижном кронштейне закреплен фотодатчик 4, выключающий секундомер. Шкала секундомера 5 вынесена на лицевую панель прибора.

Кнопка “Сеть” включает питание установки, кнопка “Сброс” обнуляет показания секундомера. При нажатии на кнопку “Пуск” отключается электромагнит, и маятник приходит в движение.

Массу и момент инерции маятника можно менять при помощи сменных колец, надеваемых на диск. Длина нити должна быть такой, чтобы нижняя кромка маятника была на 1–2 мм ниже оптической оси нижнего фотодатчика. Ось маятника должна быть горизонтальной. Длина нити (высота падения) определяется по шкале, нанесенной на вертикальной стойке.

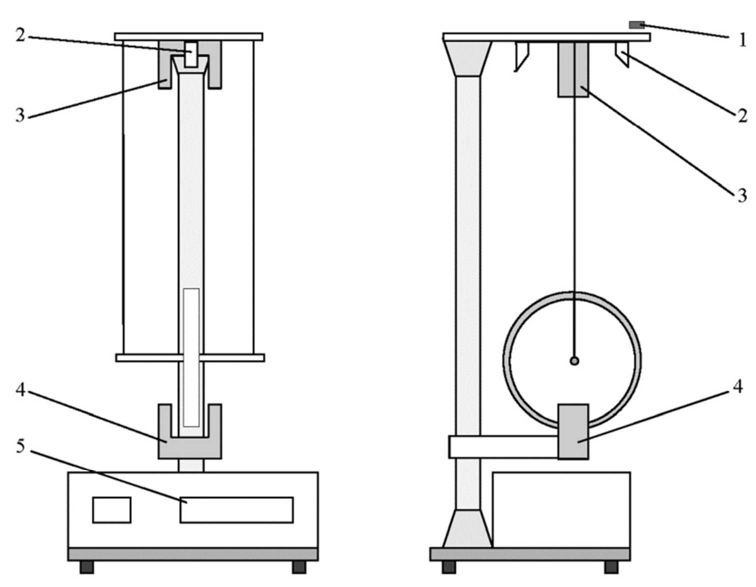


Рис. 3.4. Внешний вид лабораторной установки

Параметры установки:
радиус оси – 5 мм,
радиус нити – 0,6 мм,
радиус диска – $R_1 = 42{,}5$ мм,
внешний радиус кольца – $R_2 = 52{,}5$ мм.

Значения остальных параметров указаны на элементах маятника.

Задания и порядок их выполнения

Задание 1. Экспериментальное определение момента инерции маятника Максвелла (стандартный опыт).

Провести измерение времени падения маятника не менее 10 раз. Вычислить среднее время падения, а по нему при помощи формулы (3.8) момент инерции. Провести стандартную обработку результатов измерений. Погрешность измерения высоты принять равной $\theta_h = 2$ мм, погрешность измерения времени $\theta_t = 0{,}001$ с.

Внимание! При проведении опыта нужно следить за тем, чтобы нить наматывалась на ось аккуратно в один слой. Опыты, в которых это условие не соблюдается, в дальнейшем не учитывать.

Описанная выше процедура является стандартным опытом в данной работе. Ее нужно провести для маятника с каждым из сменных колец.

Задание 2. Исследование зависимости момента инерции маятника Максвелла от высоты, с которой происходит его падение.

Для указанного преподавателем кольца провести стандартный опыт для трех разных высот h. Экспериментально убедиться в том, что момент инерции маятника не зависит от начальной высоты, и в отчете объяснить, почему. Получить среднее значение момента инерции маятника по результатам трех серий, проведенных при разных высотах.

При проведении математической обработки результатов измерений в первом и втором заданиях нужно исходить из того, что момент инерции является неслучайной величиной.

Задание 3. Теоретический расчет момента инерции маятника Максвелла.

По формулам (3.10), (3.11) вычислить моменты инерции диска, колец и маятника в целом во всех случаях. Сравнить расчетные значения с измеренными и объяснить расхождения, если они возникнут.

Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции абсолютно твердого тела?
2. Чему равны моменты инерции диска и кольца?
3. Чему равна кинетическая энергия абсолютно твердого тела?
4. Запишите закон сохранения энергии для маятника Максвелла.
5. Является ли падение маятника равноускоренным?
6. Почему, опустившись до нижней точки, маятник снова начинает подниматься наверх?
7. Какая энергия маятника больше – кинетическая поступательного движения или кинетическая вращения? (При ответе на этот вопрос воспользоваться полученным значением момента инерции маятника и известным значением радиуса оси маятника.)
8. Как зависит время падения маятника Максвелла от его массы?
9. Как изменится время падения, если маятник выполнить из менее плотного, чем сталь материала (например, алюминия)?